# El Modelo de Crecimiento de Solow

# Parte II

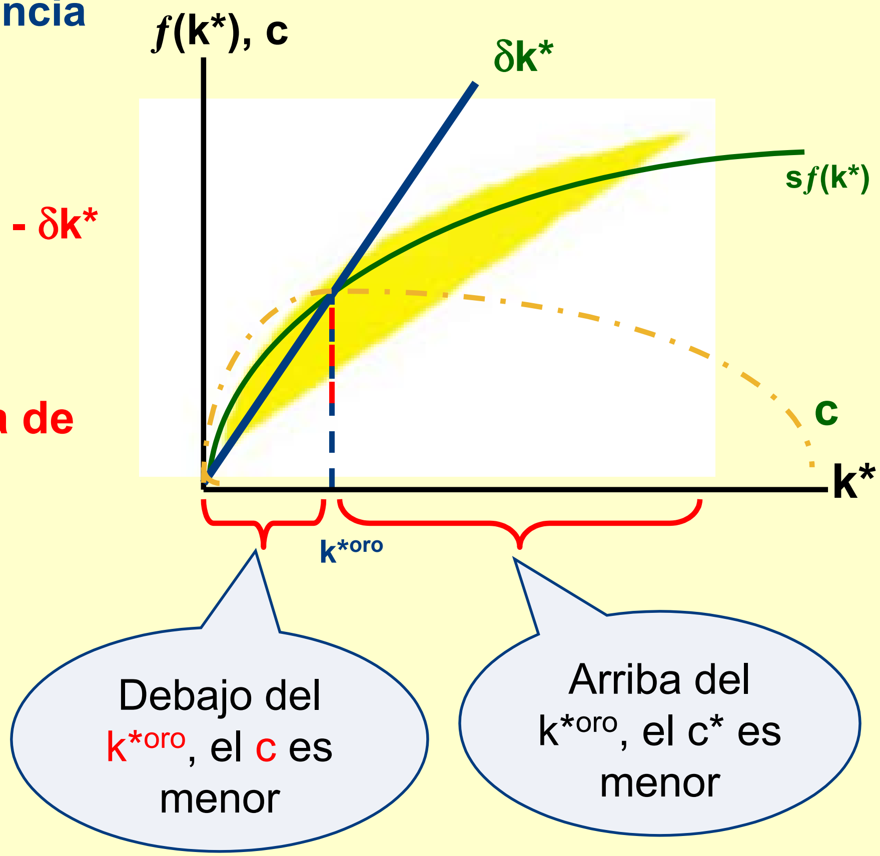
La regla de oro del estado estacionario: aquel en el que se registra el máximo consumo por trabajador.

# Proemio

- La regla de oro del estado estacionario es aquel que permite el máximo consumo por trabajador.
- La fijacion de una tasa de ahorro apropiada permite llegar a distintos estados estacionarios con diferente nivel de capital y solo a uno en el cual el consumo por trabajador es máximo.
- Ese nivel es el nivel de capital de la regla de oro ($k^{*oro}$).

# Construyendo el Modelo

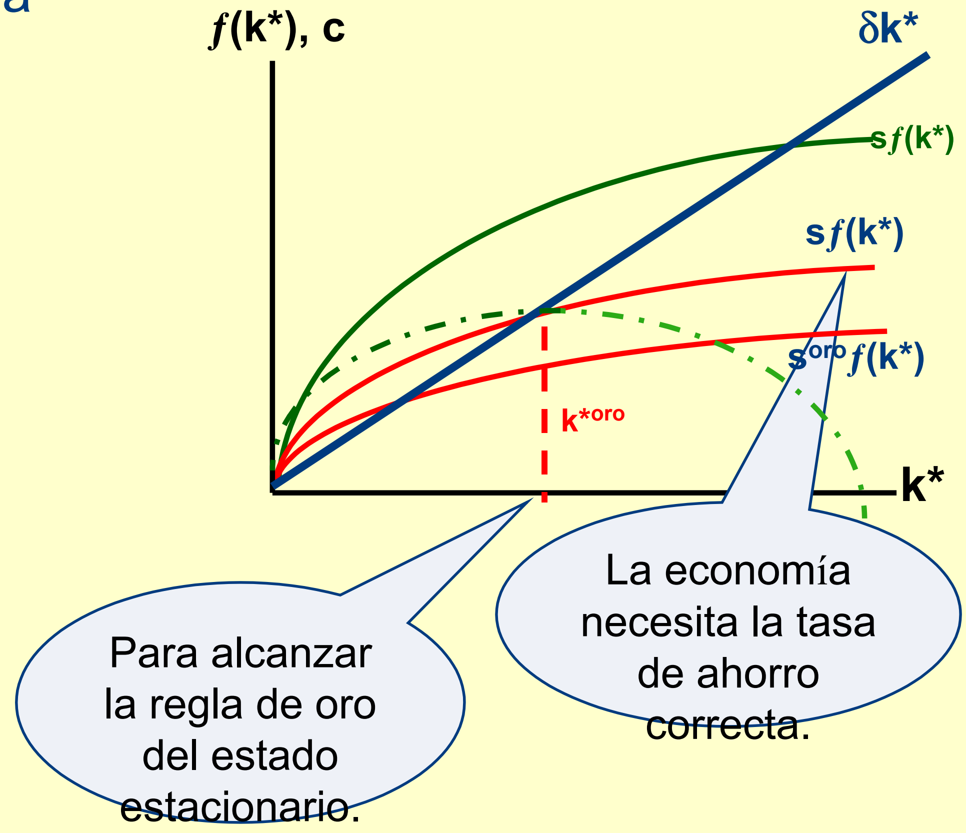
- **El consumo por trabajador surge de la identidad de las cuentas del ingreso nacional: $y = c + i$**
- **De aquí resulta $c = y - i$**
- **El consumo por trabajador es la diferencia entre el rendimiento y la inversión por trabajador**
- **Como en el estado estacionario $y = f(k^*)$ e $i = \delta k^*$ resulta que $c = f(k^*) - \delta k^*$**
- **Fijando $\delta$ se encuentran $s^*$ y $k^*$ que llevan al $c$ máximo ($c^{*oro}$)**
- **Éste es el nivel de capital de la regla de oro ($k^{*oro}$).**
- **Solo en la regla de oro del estado estacionario PMK = $\delta k$.**



# Construyendo el Modelo

- Aunque la economia se mueva hacia un estado estacionario no necesariamente lo hace hacia la regla de oro.

- Cualquier aumento o disminucion en la tasa de ahorro cambia la curva $i = s f(k)$ y resulta en un estado estacionario con un nivel de consumo más bajo.



# Ejemplo Numérico

- La función de producción de Cobb-Douglas es
  $y = k^{1/2}$ (1)
- En el estado estacionario $s f(k^*) = \delta k^*$ …de donde
  $s/\delta = k^*/f(k^*)$ (2) $= k^*/ y$
- Asumimos una depreciación $\delta = 10\%$.
- De (1) y (2) resulta que $s / 0.1 = k^* / k^{*1/2}$ …… $s / 0.1 = k^{*1/2}$
- O, lo que es lo mismo, que $k^* = 100s^2$
- Con este dato calculamos el capital del estado estacionario para cualquier tasa de ahorro.

# Ejemplo Numérico

- Usando las formulas de la presentacion anterior para un rango de tasas de ahorro resulta:
- s = 0.5 … c* = 2.5 . A la tasa de ahorro 0.5 el consumo por trabajador es el máximo. A ese nivel PMK - $\delta$ = 0 y k* = 25.

| s | k* | y* | $\delta$k* | c* | PMK | PMK-$\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\infty$ | $\infty$ |
| 0.1 | 1 | 1 | 0.1 | 0.9 | 0.5 | 0.4 |
| 0.2 | 4 | 2 | 0.4 | 1.6 | 0.25 | 0.15 |
| 0.3 | 9 | 3 | 0.9 | 2.1 | 0.167 | 0.067 |
| 0.4 | 16 | 4 | 1.6 | 2.4 | 0.125 | 0.025 |
| 0.5 | 25 | 5 | 2.5 | 2.5 | 0.1 | 0 |
| 0.6 | 36 | 6 | 3.6 | 2.4 | 0.083 | –0.017 |
| 0.7 | 49 | 7 | 4.9 | 2.1 | 0.071 | –0.029 |
| 0.8 | 64 | 8 | 6.4 | 1.6 | 0.062 | –0.038 |
| 0.9 | 81 | 9 | 8.1 | 0.9 | 0.056 | –0.044 |
| 1.0 | 100 | 10 | 10 | 0 | 0.05 | –0.05 |

# Ejemplo Numérico

- Otra manera de identificar la regla de oro del estado estacionario es hallar el nivel de capital en dónde **PMK - $\delta$ = 0**

- $PMK = 1/2 \, . \, 1/k^{1/2}$

Reemplazando $(1/2 \, . \, 1/k^{1/2}) - 0.1 = 0$

- $1 / 2 \, . \, k^{1/2} = 0.1$ … $1 = 0.1 \, . \, 2 \, . \, k^{1/2} = 0.2 \, . \, k^{1/2}$

- $k^{1/2} = 5$ o sea $k^* = 25$

# Ejemplo Numérico

## ¿Como calculamos las variables?

- El algoritmo para cada período es el siguiente:
  - Período 1: $k = 4$, $y = k^{1/2}$ $\therefore$ $y = 2$.
  - $s = 0.5$, $c = (1-s)y$ … $c = 0.5y = 1.0$
  - $i = s^*y$ …. $i = 1.0$
  - $\delta k = 0.1^*4 = 0.4$
- $\triangle k = s^*y - \delta k$ …. $\triangle k = 1.0 - 0.4 = 0.6$
  - En el Período 2: $k = 4+0.6 = 4.6$.

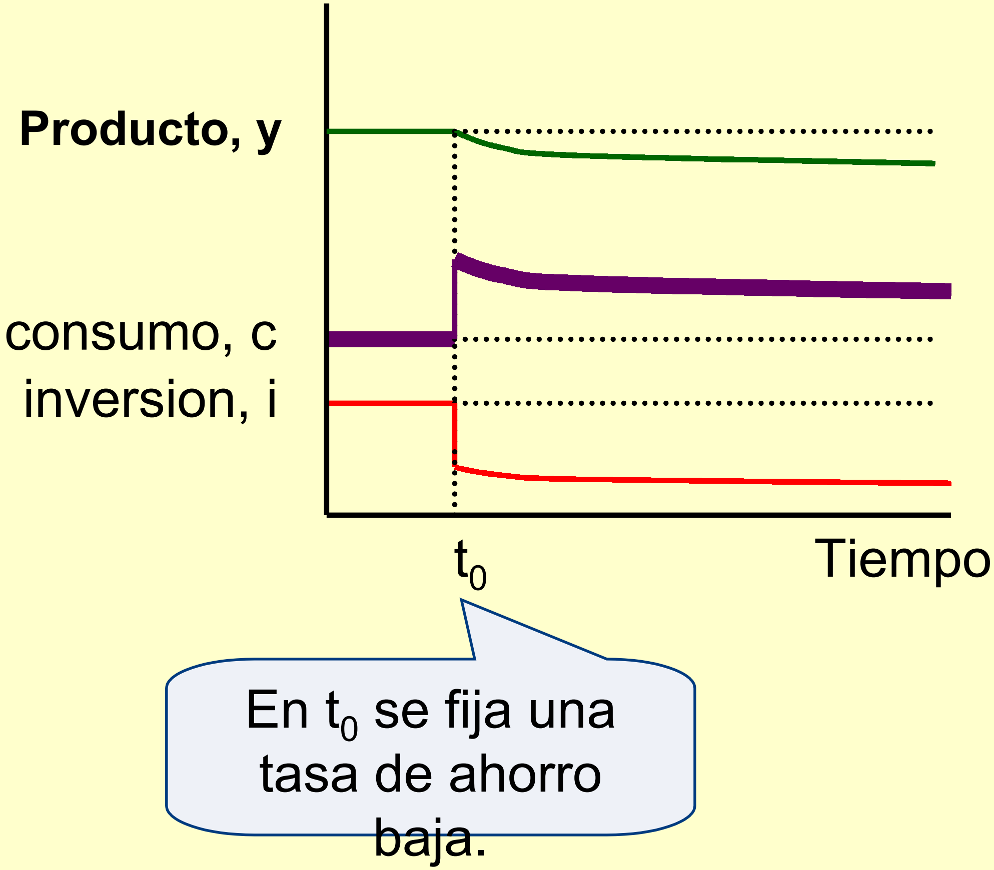
# Ejemplo Numérico

| Período | k | y | c | i | δk | Δk |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 1.0 | 1.0 | .4 | .6 |
| 2 | 4.6 | 2.144... | 1.072... | .536… | .46… | .612… |
| . | . | . | . | . | . | . |
| 10 | 10.12… | 3.087... | 1.543... | 1.543... | .953… | .590… |
| . | . | . | . | . | . | . |
| ∞ | 25 | 5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 0.0 |

converge a $k^* = 25$

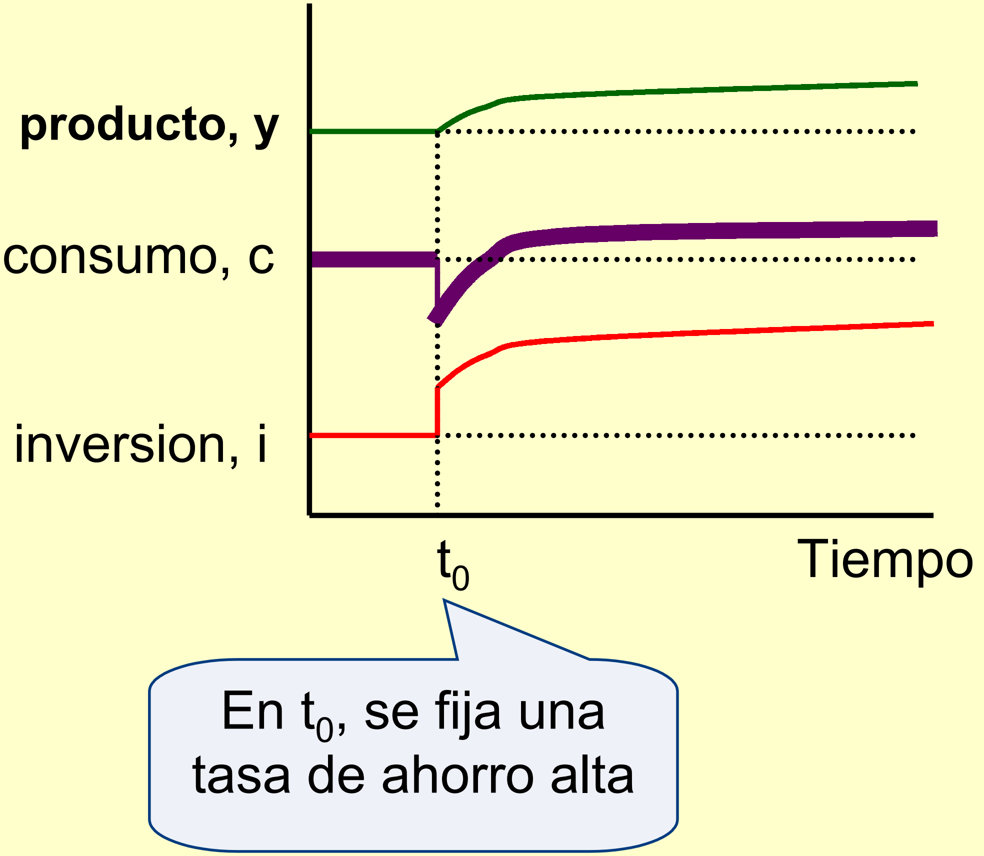
# La Transición a la Regla de Oro del Estado Estacionario

- Salimos de un estado estacionario en el que el stock de capital es mayor que el nivel de la regla de oro.
- El gobierno fija una tasa de ahorro baja para aumentar c.
- Esto causa un aumento inmediato en el consumo y una disminución igual en la inversión.
- Con el tiempo, cuando el stock de capital cae, el producto, el consumo y la inversión caen.
- El nuevo estado estacionario tiene un nivel de consumo superior al del estado estacionario inicial pero con un producto e inversion inferiores.



# La Transición a la Regla de Oro del Estado Estacionario

- **Salimos ahora de un estado estacionario en el que el stock de capital es menor que el nivel de la regla de oro.**
- **El gobierno fija una tasa de ahorro alta para aumentar k.**
- **Esto causa una disminucion inmediata en el consumo y un aumento igual en la inversión.**
- **Con el tiempo, cuando el stock de capital crece, el producto, el consumo y la inversión crecen.**
- **El nuevo estado estacionario tiene un nivel de consumo superior al del estado estacionario inicial y un producto e inversion mayores.**



# Conclusión

- Cuando el gobierno establece la **tasa de ahorro** para aumentar al máximo el consumo por trabajador tiene que tener muy en cuenta el stock de capital inicial del estado estacionario, porque en la transicion a la regla de oro ($k^{*oro}$) **si este es bajo** puede provocar un descenso en el producto y la inversion por trabajador del futuro.